РАЗРАБОТКА МЕСТОРОЖДЕНИЙ НЕФТИ И ГАЗА

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПАРАМЕТРОВ ПОЛЗУЧЕГО И РЕЛАКСАЦИОННО – СЖИМАЕМОГО ПЛАСТОВ ПО ДАННЫМ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ СКВАЖИН

М.Т.Абасов, З.А.Керимов, Д.Р.Мирзоева, Т.Ш.Казымова

Институт геологии НАН Азербайджана
AZ 1143, Баку, просп. Г.Джавида, 29А

На основе точных решений соответствующих прямых и обратных задач предложены формулы расчета фильтрационных и релаксационных параметров пласта для моделей течения однородной упругой жидкости по закону Дарси в ползучих и релаксационно-сжимаемых пористых средах по данным нестационарных исследований скважин с учетом притока жидкости к скважине после ее остановки.

Введение

Большинство существующих расчетных формул определения параметров пласта по данным гидродинамических исследований скважин в условиях релаксационной фильтрации предложены для случая мгновенного пуска либо мгновенной остановки скважины, работающей с постоянным дебитом (Баренблатт и др., 1960; Алишаев, Мирзаджанзаде, 1975; Аметов, 1978; Аметов, Басниев, 1981; Мирзаджанзаде и др., 1985; Аметов и др., 1985; Bagirov et. al., 2000; Jalilov et. al., 2000; Абасов и др., 2000). Представляет также важный практический интерес учет продолжающегося притока жидкости к скважине после ее остановки для моделей релаксационной фильтрации. Такие исследования немногочисленны (см., например, Акилов, 1985; Дунямалыев, Кулиев, 1990). В данной статье приведены формулы расчета параметров пласта по данным нестационарных исследований скважин с учетом притока жидкости к скважине после ее остановки для следующих моделей фильтрации упругой жидкости в ползучем и релаксационно - сжимаемом пластах.

Модели фильтрации упругой жидкости по закону Дарси в ползучем и релаксационно - сжимаемом пластах

Эти модели в линейном приближении описываются следующим интегро-дифференциальным уравнением (Аметов, 1978; Аметов, Басниев, 1981; Молокович, 1980):

$$\Delta p = a\frac{\partial p}{\partial t} + b\frac{\partial}{\partial t}\int_0^t e^{-\frac{t-\tau}{\theta_m}}\left(p - p_0\right)d\tau \quad , \quad (1)$$

где t-время; Δ-оператор Лапласа; p_0 и p – начальное и текущее пластовое давление соответственно; θ_m– время релаксации пористости. Конкретные выражения для коэффициентов a и b зависят от рассматриваемой модели деформации пористой среды. Так, например, для модели ползучей пористой среды, когда учитывается только влияние деформации среды на ее пористость по закону (Аметов, 1978; Аметов, Басниев, 1981):

$$m = m_0\left[1 + m_1\int_0^t e^{-\frac{t-\tau}{\theta_m}}\left(p - p_0\right)d\tau\right] ,$$

коэффициенты a и b уравнения (1) имеют вид

$$a = \frac{\mu m_0 \beta_{ж}}{k}; \qquad b = \frac{\mu m_0 m_1}{k}, \tag{2}$$

где k – абсолютная проницаемость пористой среды; μ –динамическая вязкость жидкости; $\beta_{ж}$ - коэффициент упругой сжимаемости жидкости; m_0 и m - начальная и текущая пористость; $m_1 > 0$ - некоторый параметр.

Для модели релаксационно-сжимаемого пласта, пористость которого изменяется по закону (Молокович, 1980):

$$m + \theta_m \frac{\partial m}{\partial t} = m_0 + \beta_c \left(p - p_0 + \theta_p \frac{\partial p}{\partial t} \right),$$

коэффициенты a и b уравнения (1) имеют вид

$$a = \frac{\mu(\theta_m m_0 \beta_{ж} + \theta_p \beta_c)}{k\theta_m}$$
$$b = \frac{(\theta_m - \theta_p)\mu \beta_c}{\theta_m^2 k}, \tag{3}$$

где β_c – коэффициент упругой сжимаемости пористой среды; θ_p – время релаксации давления при постоянной пористости. Далее предполагается, что $\theta_m > \theta_p$.

Постановка прямой задачи

Представим, что после остановки в момент $t = 0$ центральной скважины радиусом R_c, дренирующей однородный и изотропный круговой пласт радиусом R_k и постоянной толщиной h, работающей до остановки с постоянным объемным дебитом Q_0 ($sign(Q_0) = -1$), ее дебит уменьшается по некоторому известному закону $Q(t)$. На внешней границе пласта удерживается начальное пластовое давление p_0. Требуется определить распределение давления по пласту при $t > 0$.

Математически задача сводится к определению в области $(R_c \le r \le R_k\ ;\ 0 \le t)$ функции $p(r,t)$, удовлетворяющей уравнению:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r \frac{\partial p(r,t)}{\partial r} \right] =$$
$$= a\frac{\partial p(r,t)}{\partial t} + b\frac{\partial}{\partial t}\int_0^t e^{-\frac{t-\tau}{\theta_m}} \left[p(r,\tau) - p(r,0) \right] d\tau \tag{4}$$
$$(R_c < r < R_k\ ,\ 0 < t)$$

и условиям

$$p(r,0) = p_0 - \frac{Q_0}{2\pi\varepsilon} ln \frac{r}{R_k} \quad (R_c \le r \le R_k) \tag{5}$$

$$\frac{\partial p(R_c,t)}{\partial r} = -\frac{Q(t)}{2\pi R_c \varepsilon} \quad (t > 0) \tag{6}$$

$$p(R_k,t) = p_0 \quad (t \ge 0) \tag{7}$$

Здесь r – радиальная координата рассматриваемой точки пласта; $\varepsilon = \frac{kh}{\mu}$ - коэффициент гидропроводности пласта.

Непосредственной проверкой можно убедиться в том, что решение задачи (4)-(7) представляется в виде:

$$p(r,t) = p_0 - \frac{Q_0}{2\pi\varepsilon} ln \frac{r}{R_k} +$$
$$+ \frac{1}{Q^*}\int_0^t \varphi(r, t-\xi) \frac{dQ(\xi)}{d\xi} d\xi, \tag{8}$$

где функция $\varphi(r,t)$ является решением следующей вспомогательной задачи:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r \frac{\partial \varphi(r,t)}{\partial r} \right] =$$
$$= a\frac{\partial \varphi(r,t)}{\partial t} + b\frac{\partial}{\partial t}\int_0^t e^{-\frac{t-\tau}{\theta_m}} \varphi(r,\tau)\, d\tau \tag{9}$$
$$(R_c < r < R_k\ ,\ 0 < t)$$

$$\varphi(r,0) = 0 \quad (R_c \le r \le R_k) \tag{10}$$

$$\frac{\partial \varphi(R_c,t)}{\partial r} = -\frac{Q^*}{2\pi R_c \varepsilon}\ (\ t>0\ ),\ Q(0+0)=Q_0 \quad (11)$$

$$\varphi(R_k,t)=0\big(\ t\ge 0\ \big)\ , \qquad (12)$$

здесь Q^*=const – некоторое характерное значение дебита скважины($Q^* \neq 0$).

При этом решение задачи (9)-(12) при $b>0$ представляется в виде (Абасов и др., 2000):

$$\varphi(r,t) = -\frac{Q^*}{2\pi\varepsilon}\left\{ ln\frac{r}{R_k} - \frac{\pi}{R_c}\sum_{\nu=1}^{\infty}\varphi_\nu(t)\psi_\nu(r)\right\}, \quad (13)$$

здесь

$$\varphi_\nu(t)=\frac{b_\nu(1-\tau_p a_\nu)e^{-a_\nu t} - a_\nu(1-\tau_p b_\nu)e^{-b_\nu t}}{b_\nu - a_\nu};$$

$$\psi_\nu(r) = \frac{J_0(\lambda_\nu R_k)J_1(\lambda_\nu R_c)U_0(\lambda_\nu r)}{\lambda_\nu\left[J_1^2(\lambda_\nu R_c) - J_0^2(\lambda_\nu R_k)\right]};$$

$$a_\nu=\frac{1}{2}\left(\alpha_\nu - \sqrt{\alpha_\nu^2-4\beta_\nu}\right);\quad b_\nu=\frac{1}{2}\left(\alpha_\nu + \sqrt{\alpha_\nu^2-4\beta_\nu}\right);$$

$$\alpha_\nu=\frac{1+\tau_p\chi\lambda_\nu^2}{\tau_u};\quad \beta_\nu=\frac{\chi\lambda_\nu^2}{\tau_u};$$

$$U_0(\lambda_\nu r)\equiv Y_0(\lambda_\nu R_k)J_0(\lambda_\nu r) - J_0(\lambda_\nu R_k)Y_0(\lambda_\nu r);$$

J_0 и J_1 – функция Бесселя нулевого и первого порядка соответственно; Y_0 и Y_1 –функция Неймана нулевого и первого порядка соответственно; λ_ν– ν-й положительный корень уравнения

$$Y_0(\lambda_\nu R_k)J_1(\lambda_\nu R_c) - J_0(\lambda_\nu R_k)Y_1(\lambda_\nu R_c)=0,$$

а через τ_p , τ_u и χ приняты следующие обозначения:

$$\tau_p=\theta_m;\quad \tau_u=\frac{a\theta_m}{a+b\theta_m};\quad \chi=\frac{1}{a+b\theta_m}. \quad (14)$$

Так, например, при $Q(t)=Q_0e^{-ct}$, где $c>0$, имеем

$$p(r,t)=p_0-\frac{Q_0}{2\pi\varepsilon}\left[e^{-ct}ln\frac{r}{R_k} - \frac{\pi}{R_c}\sum_{\nu=1}^{\infty}p_\nu(t)\psi_\nu(r)\right], \quad (15)$$

где

$$p_\nu(t)=\begin{cases} p_\nu^{(1)}(t)\ , & (a_\nu \neq c;\ b_\nu \neq c) \\ p_\nu^{(2)}(t)\ , & (a_\nu = c) \\ p_\nu^{(3)}(t)\ , & (b_\nu = c) \end{cases}$$

$$p_\nu^{(1)}(t)=\frac{d_\nu(1-\tau_p a_\nu)(e^{-ct}-e^{-a_\nu t}) - e_\nu(1-\tau_p b_\nu)(e^{-ct}-e^{-b_\nu t})}{(b_\nu-a_\nu)(a_\nu-c)(b_\nu-c)}$$

$$p_\nu^{(2)}(t)=\frac{d_\nu(1-\tau_p c)te^{-ct} - c^2(1-\tau_p b_\nu)(e^{-ct}-e^{-b_\nu t})}{(b_\nu-c)^2}$$

$$p_\nu^{(3)}(t)=\frac{e_\nu(1-\tau_p c)te^{-ct} - c^2(1-\tau_p a_\nu)(e^{-ct}-e^{-a_\nu t})}{(a_\nu-c)^2}$$

$$d_\nu=cb_\nu(b_\nu-c);\quad e_\nu=ca_\nu(a_\nu-c).$$

Постановка обратной задачи

Пусть, кроме условий (5)-(7), задано еще одно условие, имеющее следующий вид:

$$p(R_c,t)=p_c(t)\quad (t\ge 0), \quad (16)$$

где $p_c(t)$– КВД на забое скважины, и требуется определить значения параметров ε , $\frac{\chi}{R_k^2}$, τ_p , τ_u , $\frac{R_c}{R_k}$.

Вычислим детерминированные моменты $M_n^{(Q)}(r)$ функции $p_0-p(r,t)$, определяемые следующим образом (Химмельблау, 1973)

$$M_n^{(Q)}(r)=\int_0^\infty\left[p_0-p(r,t)\right]t^n dt \qquad (17)$$
$$(R_c\le r\le R_k\ ;\ n=\overline{0,N})\ ,$$

где N– некоторое неотрицательное целое число, а $p(r,t)$–решение прямой задачи (4)-(7).

Из (8) и (17) имеем

$$M_n^{(Q)}(r)=\frac{q_n}{2\pi\varepsilon}ln\left(\frac{r}{R_k}\right)+ \qquad (18)$$
$$+\frac{n}{Q_0}\sum_{i=0}^{n-1}\left[C_{n-1}^i\,q_{n-1-i}\,M_i^{(0)}(r)\right]+M_n^{(0)}(r)\ ,$$

здесь $q_n = \int_0^\infty Q(t)t^n dt \; (n = \overline{0,N})$ - детерминированный момент n – го порядка функции $Q(t)$; $M_n^{(0)}(r)\,(n = \overline{0,N})$ - детерминированные моменты функции $p_0 - p(r,t)$, соответствующей случаю $Q(t) \equiv 0 (t > 0)$, т.е. мгновенной остановке скважины, и которые удовлетворяют соотношениям, приведенным в (Абасов и др., 2000).

Например, ниже приводятся выражения для детерминированных моментов $M_0^{(Q)}(r)$, $M_1^{(Q)}(r)$ и $M_2^{(Q)}(r)$:

$$M_0^{(Q)}(r) = \frac{q_0}{2\pi\varepsilon} ln\left(\frac{r}{R_k}\right) - \frac{Q_0}{2\pi\varepsilon}\frac{R_k^2}{\chi}A_1(r) \quad (19)$$

$$M_1^{(Q)}(r) = \frac{q_1}{2\pi\varepsilon} ln\left(\frac{r}{R_k}\right) - \frac{Q_0}{2\pi\varepsilon}\left[\left(\frac{q_0}{Q_0} + \tau_p - \tau_u\right)\frac{R_k^2}{\chi}A_1(r) + \left(\frac{R_k^2}{\chi}\right)^2 A_2(r)\right] \quad (20)$$

$$M_2^{(Q)}(r) = \frac{q_2}{2\pi\varepsilon} ln\left(\frac{r}{R_k}\right) - \frac{Q_0}{\pi\varepsilon}\left\{\frac{q_1}{Q_0}\frac{R_k^2}{\chi}A_1(r) + \frac{q_0}{Q_0}\left[(\tau_p - \tau_u)\frac{R_k^2}{\chi}A_1(r) + \left(\frac{R_k^2}{\chi}\right)^2 A_2(r)\right] + \right. \quad (21)$$
$$\left. + (\tau_p - \tau_u)\left[\tau_p \frac{R_k^2}{\chi}A_1(r) + 2\left(\frac{R_k^2}{\chi}\right)^2 A_2(r)\right] + \left(\frac{R_k^2}{\chi}\right)^3 A_3(r)\right\},$$

где функции $A_i(r)(i = \overline{1,3})$ определяются из рекуррентных соотношений (Jalilov et. al., 2000; Абасов и др., 2000).

Результаты тестовых расчетов

Показано, что полученные соотношения (18) позволяют при известном $p_c(t)$ определять значения параметров ε, $\frac{\chi}{R_k^2}$, τ_u, τ_p и $\frac{R_c}{R_k}$ с учетом продолжающегося притока жидкости к скважине после ее остановки. При этом, очевидно, предполагается, что функция $Q(t)(t > 0)$ такова, что ее детерминированные моменты q_n нужного порядка существуют.

Ниже, для простоты, приводятся результаты расчетов по определению значений параметров $\frac{R_k^2}{\chi}$, τ_p и τ_u при известных ε и $\frac{R_c}{R_k}$.

Из (19)-(21) с учетом (5) имеем :

$$\frac{R_k^2}{\chi} = -\frac{2\pi\varepsilon}{Q_0}\cdot\frac{M_0^{(Q)}(R_c) - \frac{q_0}{Q_0}\left[p_0 - p_c(0)\right]}{A_1(R_c)} \quad (22)$$

$$\Delta\tau = \tau_p - \tau_u = -\frac{q_0}{Q_0} - \frac{2\pi\varepsilon}{Q_0}\frac{M_1^{(Q)}(R_c) - \frac{q_1}{Q_0}\left[p_0 - p_c(0)\right]}{\frac{R_k^2}{\chi}A_1(R_c)} - \frac{R_k^2}{\chi}\frac{A_2(R_c)}{A_1(R_c)} \quad (23)$$

$$\tau_p = -\frac{q_0}{Q_0}\left[1 + \frac{R_k^2}{\chi}\frac{A_2(R_c)}{A_1(R_c)\Delta\tau}\right] - \frac{q_1}{Q_0\Delta\tau} - \frac{\frac{\pi\varepsilon}{Q_0}\left[M_2^{(Q)}(R_c) - \frac{q_2}{Q_0}\left[p_0 - p_c(0)\right]\right]}{\frac{R_k^2}{\chi}A_1(R_c)\Delta\tau} - 2\frac{R_k^2}{\chi}\frac{A_2(R_c)}{A_1(R_c)} - \left(\frac{R_k^2}{\chi}\right)^2\frac{A_3(R_c)}{A_1(R_c)\Delta\tau} \quad (24)$$

Расчеты были проведены с использованием КВД, построенных по формуле точного решения (15) прямой задачи, соответствующей случаю $Q(t) = Q_0 e^{-ct}$.

В таблицах 1-2 приведены рассчитанные по формулам (22) - (24) значения параметров $\frac{R_k^2}{\chi}$, τ_p и τ_u и их относительные по точным значениям отклонения для различных значений T. При этом таблица 1 соответствует модели ползучего пласта, а таблица 2- модели релаксационно-сжимаемого пласта.

Результаты расчетов, приведенных в таблице 1, соответствуют КВД, рассчитанной при следующих исходных данных:

$Q_0 = -1.16 \cdot 10^{-3} \ \dfrac{м^3}{сек}$; $c = 5.79 \cdot 10^{-3}$;
$p_0 = 5 \cdot 10^7 \ Па$; $\mu = 4 \cdot 10^{-2} \ Па \cdot сек$;
$к = 2 \cdot 10^{-13} \ м^2$; $h = 10 \ м$; $m_0 = 0.2$;
$\beta_{ж} = 5 \cdot 10^{-10} \ \dfrac{1}{Па}$; $R_c = 0.1 \ м$; $R_k = 100 \ м$;
$\theta_m = 10800 \ \ сек$; $m_1 = 3.4 \cdot 10^{-14} \ \dfrac{1}{Па \cdot сек}$,

а результаты расчетов, приведенных в таблице 2, соответствуют КВД, рассчитанной при этих же значениях параметров $Q_0, c, p_0, \mu, k, h, m_0, \beta_{ж}, R_c, R_k, \theta_m$ и при $\beta_c = 5 \cdot 10^{-11} \ \dfrac{1}{Па}$; $\theta_p = 3600 \ \ сек$.

При этом начальное пластовое давление p_0 и детерминированные моменты $M_n^{(Q)}(R_c)$ и $q_n \ (n = 0,1,2)$ ввиду ограниченности продолжительности остановки скважины T вычислялись как

$$
\begin{aligned}
&p_0 \cong p_c(T) ; \\
&M_n^{(Q)}(R_c) \cong \int_0^T \left[p_c(T) - p_c(t)\right] t^n dt \\
&q_n \cong \int_0^T Q(t)\, t^n dt \\
&(n = 0,1,2)
\end{aligned}
\tag{25}
$$

Для вышеприведенных исходных данных интегралы (25) вычислялись квадратурной формулой Симпсона на равномерной сетке с шагом Δt =60 сек.

Таблица 1

$\dfrac{T}{\theta_m}$	$\left(\dfrac{R_k^2}{\chi}\right)_{расч}$	Откл %	$\left(\tau_p\right)_{расч}$	Откл %	$\left(\tau_u\right)_{расч}$	Откл %
4	30349	12.5	3902	63.9	1481	76.2
8	34290	1.15	8876	17.8	4626	25.7
12	34614	0.21	10424	3.48	5850	6.05
16	34636	0.15	10693	0.99	6084	2.3

Таблица 2

$\dfrac{T}{\theta_m}$	$\left(\dfrac{R_k^2}{\chi}\right)_{расч}$	Откл %	$\left(\tau_p\right)_{расч}$	Откл %	$\left(\tau_u\right)_{расч}$	Откл %
4	28144	6.2	4662	56.8	3355	60.1
8	29849	0.5	9486	12.2	7177	14.6
12	29944	0.19	10511	2.7	8083	3.8
16	29948	0.17	10630	1.6	8194	2.5

Результаты расчетов показали, что для обеих моделей релаксационной фильтрации при достаточной продолжительности остановки скважины (выход КВД на стационар) и высокой точности численного интегрирования (25) достигается высокая точность определения значений параметров $\frac{R_k^2}{\chi}$, τ_p и τ_u .

Многовариантными тестовыми расчетами исследован также вопрос о требованиях к конкретным данным нестационарных исследований скважин, повышающих надежность определения параметров ползучего и релаксационно - деформируемого пластов по предложенным формулам.

ЛИТЕРАТУРА

АБАСОВ, М.Т., ДЖАЛИЛОВ, К.Н., КЕРИМОВ, З.А., МИРЗОЕВА, Д.Р. 2000. Об определении параметров релаксационно-сжимаемого пласта. *Известия АН Азербайджана, науки о Земле*, 2, 39-45.

АКИЛОВ, Ж.А. 1985. Движение неньютоновских жидкостей в трубах и пористой среде с учетом релаксации и запаздывания. Автореферат диссерт. на соиск. доктора физ.-мат. наук, Новосибирск, 30 с.

АЛИШАЕВ, М.Г., МИРЗАДЖАНЗАДЕ, А.Х. 1975. К учету явлений запаздывания в теории фильтрации. *Известия вузов, Нефть и газ*, 6, 71-74.

АМЕТОВ, И.М. 1978. Анализ основных технологических процессов добычи нефти и газа на основе учета свойств неравновесности с целью разработки методов расчетов и путей повышения качества этих процессов. Диссерт. на соиск. доктора техн. наук, Ухта, 260 с.

АМЕТОВ, И.М., БАЙДИКОВ, Ю.Н., РУЗИН, Л.М., СПИРИДОНОВ, Ю.А. 1985. Добыча тяжелых и высоковязких нефтей. Недра, Москва, 205 с.

АМЕТОВ, И.М., БАСНИЕВ, К.С. 1981. Фильтрация жидкости и газа в ползучих средах. *Изв. АН СССР, сер. Механика жидкости и газа*, 4, 150-153.

БАРЕНБЛАТТ, Г.И., ЖЕЛТОВ, Ю.П. КОЧИНА, И.Н. 1960. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах. *Прикладная математика и механика*, 24, 5, 852-864.

ДУНЯМАЛЫЕВ, М.А., КУЛИЕВ, А.М. 1990. Методическое руководство по определению фильтрационных и реологических свойств пласта по данным восстановления забойного давления скважин, Баку, 63 с.

МИРЗАДЖАНЗАДЕ, А.Х., МАКСУДОВ, Ф.Г., НИГМАТУЛИН, Р.И., ХАСАЕВ, А.М., ХАБЕЕВ, Н.С., САТТАРОВ, Р.М., САЛАВАТОВ, Т.Ш., ФЕДОРОВ, К.М. 1985. Теория и практика применения неравновесных систем в нефтедобыче. Элм, Баку.

МОЛОКОВИЧ, Ю.М. 1980. Плоская линейная нестационарная фильтрация с учетом релаксации. *В сб.: Исследования по подземной гидромеханике*, вып. 4. Изд-во КГУ. Казань.

МОЛОКОВИЧ, Ю.М., НЕПРИМЕРОВ, Н.Н., ПИКУЗА, В.И., ШТАНИН, А.В. 1980. Релаксационная фильтрация. Изд-во КГУ, Казань.

ХИММЕЛЬБЛАУ, Д. 1973. Анализ процессов статистическими методами. Мир, Москва, 958.

BAGIROV, M.K., MAMEDOV, G.A., NASRULLAEV, I.A. 2000. Hydrodynamic investigations of formations and wells with regard to non-equilibrium of the system. *Transactions of Academy of Sciences of Azerbaijan, Mathematics and Mechanics*, XX, 1, 187-191.

JALILOV, G.N., KERIMOV, Z.A., MIRZOYEVA, D.R. 2000. Direct and inverse problems of relaxation filtration. Transactions of Academy of Sciences of Azerbaijan, Mathematics and Mechanics, XX, 1, 196-202.