© Т.К.Рамазанов, М.Х.Гюльмамедов, М.Г.Ханбабаева, 2006

ДИНАМИКА ДИЛАТАНСИОННО-ПЛАСТИЧЕСКОЙ ЗОНЫ ВОКРУГ ДЕЙСТВУЮЩЕЙ СКВАЖИНЫ И ИНТЕНСИВНОСТЬ ВЫНОСА ТВЕРДОЙ ПОРОДЫ

Т.К.Рамазанов, М.Х.Гюльмамедов, М.Г.Ханбабаева

Институт геологии НАН Азербайджана
AZ 1143, Баку, просп. Г.Джавида, 29А

На основе совместного решения уравнений сохранения импульсов и масс для твердой и жидкой фаз насыщенных пористых сред впервые исследован процесс нестационарной фильтрации жидкости в дилатансионно-пластической зоне вокруг центральной совершенной скважины. Получены аналитические выражения для гидродинамических характеристик пласта и порового давления, определен вынос интенсивности разрушенной породы и изучена динамика развития упруго-пластической границы в зависимости от параметров задачи.

Интенсификация разработки слабосцементированных нефтегазовых месторождений, с одной стороны, требует увеличения как пластового давления, так и градиента давления, с другой стороны, она приводит к интенсивному выносу разрушенной породы. Поэтому из проблем подземной гидродинамики важными являются изучение механизма развития упруго-пластических зон вокруг действующей скважины и регулирование пластового давления и выноса объема поступления разрушенных пород в скважину.

Математическое моделирование процесса фильтрации флюида в дилатирующих зонах вокруг скважины изучается с недавнего времени (Рамазанов, 1996; Графутко, Николаевский, 1998; Рамазанов, Атаев, 2000). В связи с этим представляют интерес исследование нестационарной фильтрации жидкости в неустойчивой зоне и определение порового давления, пористости и коэффициента проницаемости пласта вблизи действующей скважины (Рамазанов, 1996; Графутко, Николаевский, 1998; Рамазанов, Атаев, 2000; Зотов и др., 1987; Горбунов, 1981).

Постановка задачи: Пусть в плоско-радиальном пласте мощностью h пробурена одна центральная совершенная скважина с начальным радиусом a_0, и до эксплуатации скважины вокруг нее образовалась пластическая зона радиусом R_0. При мгновенном пуске скважины с постоянным дебитом Q_f происходит развитие дилатансионно-пластической зоны и интенсивный вынос породы с дебитом $Q_s(t)$ в скважину. За пределом пластической зоны пласт ведет себя как линейно-упругая среда, и в этой области поддерживается постоянное пластовое давление p_k на контуре питания R_k. Граница, разделяющая пластическую область от упругой $R(t)$, значительно меньше, чем R_k. В бесконечности выполняется условие покоя, т.е. радиальное эффективное напряжение σ_{rr}^f и пористость m постоянны и равны начальным значениям σ_k^f, m_0 и т.д. Требуется определить динамику интенсивности выноса твердых пород пласта, радиусов дилатансионно-пластической зоны и изменения давления на стенке скважины.

Для пластической зоны уравнения неразрывности твердой и жидкой фаз в плоско-радиальном случае имеют вид (Рамазанов, 1996; Графутко, Николаевский, 1998; Рамазанов, Атаев, 2000; Николаевский, 1984):

$$\frac{\partial(1-m)\rho_s}{\partial t}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r(1-m)\rho_s\upsilon\right]=0\,, \qquad (1.1)$$

$$\frac{\partial m\rho_f}{\partial t}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rm\rho_f w\right)=0, \qquad (1.2)$$

уравнения сохранения импульса твердого скелета:

$$\frac{\partial\sigma_{rr}^f}{\partial r}+\frac{\sigma_{rr}^f-\sigma_{\theta\theta}^f}{r}-\frac{\partial p}{\partial r}=0\,, \qquad (1.3)$$

и движение жидкости при учете скорости твердой фазы (обобщение закона Дарси):

$$\frac{k}{\mu_0}\frac{\partial p}{\partial r} = -m(w - \upsilon), \qquad (1.4)$$

дилатансионное соотношение:

$$\frac{\partial \upsilon}{\partial r} + \frac{\upsilon}{r} = \Lambda\sqrt{\frac{3}{3-\Lambda^2}}\left(\frac{\partial \upsilon}{\partial r} - \frac{\upsilon}{r}\right) \text{ или}$$

$$\frac{\partial \upsilon}{\partial r} + n\frac{\upsilon}{r} = 0, \qquad (1.5)$$

условие текучести Морра-Кулона в главных эффективных напряжениях:

$$\sigma^f_{\theta\theta} - N\sigma^f_{rr} = K\ , \qquad (1.6)$$

где m, k – соответственно пористость и коэффициент проницаемости пласта, ρ_f, w, p - истинные плотность, радиальная скорость и поровое давление жидкой фазы, ρ_s, υ - истинные плотность, радиальная скорость твердой фазы, μ_0 - динамическая вязкость жидкости, $\sigma^f_{rr}, \sigma^f_{\theta\theta}$ - радиальное и кольцевое эффективные напряжения, α, Y - коэффициенты внутреннего трения и сцепления, Λ - скорость дилатансии, $N = (1+\sin\varphi)/(1-\sin\varphi)$, $K = -2Y\sin\varphi/\alpha(1-\sin\varphi)$,

$$\sin\varphi = \alpha\frac{\sqrt{3(3-\Lambda^2)}}{3-\alpha\Lambda},$$

$$n = 1 + \frac{2\Lambda\left(3\Lambda + \sqrt{3(3-\Lambda^2)}\right)}{3-4\Lambda^2}.$$

Следует отметить, что случай $\Lambda>0$ характеризует разрыхление плотной матрицы пласта, $\Lambda<0$ – уплотнение рыхлой матрицы, а $\Lambda=0$ – является критическим состоянием (несжимаемость среды).

В пластической зоне $(a(t) \le r \le R(t))$ система уравнений (1.1) – (1.6) относительно неизвестных $m, p, w, \upsilon, \sigma^f_{rr}, \sigma^f_{\theta\theta}$ замкнута. Здесь текущий радиус $a(t)$ скважины определяется в ходе решения задачи. Плотности фаз определяются термодинамическими уравнениями состояния фаз:

$$\rho_f = \rho_f(p),\ \rho_s = \rho_s(p, \sigma^f),$$

$$\sigma^f = (1/3)\sigma^f_{ij}\delta_{ij}.$$

Во внешней упругой зоне $R(t) \le r < \infty$ выполняются те же уравнения (1.1) – (1.4) с упругими параметрами пласта, которые замыкаются обобщенным законом Гука:

$$\sigma^{fe}_{rr} = 2G\left(\frac{\partial u^e_r}{\partial r} + \frac{\nu}{1-2\nu}e\right) + \varepsilon p_e,$$

$$\sigma^{fe}_{\theta\theta} = 2G\left(\frac{\partial u^e_r}{\partial r} + \frac{\nu}{1-2\nu}e\right) + \varepsilon p_e, \qquad (1.7)$$

$$\sigma^{fe}_{zz} = \nu\left(\sigma^{fe}_{rr} + \sigma^{fe}_{\theta\theta}\right),$$

где p_e - поровое давление в упругой зоне, E, ν - модуль упругости и коэффициент Пуассона сухого пласта, $\varepsilon = (1-m_0)\beta_1 \mathrm{K}$ - коэффициент сцементированности матрицы пласта, $e = \partial u^e_r/\partial r + u^e_r/r$, u_r - объемная деформация и радиальные перемещения твердых частиц в упругой зоне, $G = (1-m_0)E/2(1+\nu)$, $\upsilon^e = \partial u^e_r/\partial t$, $\mathrm{K} = E/3(1-2\nu)$.

В уравнениях (1.1)–(1.4), (1.7) искомыми параметрами являются $m_e, p_e, w_e, u^e_r, \sigma^{fe}_{rr}, \sigma^{fe}_{\theta\theta}$, и эта система тоже замкнута.

Начальные и граничные условия: Пусть при t=0 начальные условия и условия в бесконечности совпадают, т.е. $p=p_e=p_k, m=m_0$.

На стенке скважины заданы радиальное эффективное напряжение и дебит жидкой фазы скважины:

$$\sigma^f_{rr} = \sigma^f_a = 0,\ r\frac{\partial p}{\partial r} = -\frac{Q_f\mu_0}{2\pi k_a h}, \qquad (1.8)$$

при $r = a(t)$.

На упруго-пластической границе должны быть выполнены условия равенства значений скоростей смещений, радиальных напряжений и поровых давлений

$$\upsilon=\upsilon^e,\ \sigma_{rr}^f=\sigma_{rr}^{fe},\ p=p_e,\ r=R(t), \quad (1.9)$$

а в бесконечности должны быть выполнены условия покоя:

$$\sigma_{rr}^{fe}=\sigma_k^f,\ m=m_0,\ p=p_k, r\to\infty. \quad (1.10)$$

Решение задачи в пластической зоне $(a(t)\le r\le R(t))$. Из уравнения (1.5) получаем

$$\upsilon=c(t)r^{-n}. \quad (2.1)$$

Скорость стенки скважины $\dot{a}(t)$ определяется скоростью твердых частиц, находящихся в ней. Отсюда находим $\upsilon(t)$, т. е.

$$\upsilon(a)=\frac{da}{dt},\ c(t)=\dot{a}\,a^n,\ \upsilon=\left(\frac{a}{r}\right)^n\frac{da}{dt}. \quad (2.2)$$

Уравнение сохранения массы твердой фазы (1.1) с помощью (2.1) и (2.2) приводим к уравнению

$$\frac{\partial\ln\left((1-m)\rho_s r^{1-n}\right)}{\partial a^{n+1}}+$$
$$+\frac{\partial\ln\left((1-m)\rho_s r^{1-n}\right)}{\partial r^{n+1}}=0, \quad (2.3)$$

общее решение, которого имеет вид:

$$(1-m)\rho_s=f\left(r^{n+1}-a^{n+1}\right)r^{n-1}. \quad (2.4)$$

Используя начальные условия $\left(a=a_0, m=m_0, \rho_s=\rho_s^0 \text{ при } t=0\right)$, функцию в (2.4) представим в виде

$$f(r,a)=(1-m_0)\rho_s^0\times$$
$$\times\left(a_0^{n+1}+r^{n+1}-a^{n+1}\right)^{\frac{1-n}{1+n}}. \quad (2.5)$$

Подставляя (2.5) в (2.4), получаем

$$(1-m)\rho_s=(1-m_0)\rho_s^0\times$$
$$\times\left[1+\left(\frac{a_0}{r}\right)^{n+1}-\left(\frac{a}{r}\right)^{n+1}\right]^{\frac{1-n}{1+n}}. \quad (2.6)$$

При слишком невысоких давлениях для слабосжимаемых твердых частиц можно принять $\rho_s=\rho_s^0=const$, поэтому деформирование порового пространства происходит из-за дилатансионного течения породы:

$$m=1-(1-m_0)\times$$
$$\times\left[1+\left(\frac{a_0}{r}\right)^{n+1}-\left(\frac{a}{r}\right)^{n+1}\right]^{\frac{1-n}{1+n}}. \quad (2.7)$$

Отсюда определим значение пористости на стенке скважины

$$m_a=1-(1-m_0)\left(\frac{a_0}{a}\right)^{1-n}. \quad (2.8)$$

Зависимость коэффициента проницаемости от пористости принято представлять в виде (Горбунов, 1981; Николаевский,1996):

$$k=k_0\left(\frac{m}{m_0}\right)^l,\ l=\frac{a_k}{a_m}. \quad (2.9)$$

Здесь a_k, a_m - коэффициенты изменения проницаемости и пористости, параметр l – изменяется в широком диапазоне в зависимости от свойств горных пород, $l=4\div12$.

Подставляя (1.4) и (2.7) с учетом (2.1) и (2.9) в уравнение сохранения массы жидкости (1.2) и предполагая, что $\rho_f\approx\rho_f^0$, и после интегрирования его от *a* до *r* и от *r* до *R* получаем:

$$p=-\overline{Q}_f\int_x^{\overline{R}}\frac{dx}{x\left\{1-(1-m_0)\left[1+x^{-n-1}\left(1-y^{n+1}\right)\right]^{n_1}\right\}^l}+$$

$$+\overline{Q}_s\left(\frac{1}{1-m_0}\times\right.$$

$$\times \int_x^{\overline{R}} \frac{dx}{x^n \left\{1-(1-m_0)\left[1+x^{-n-1}\left(1-y^{n+1}\right)\right]^{n_1}\right\}^{l-1}} +$$

$$+(1-n)\times \qquad (2.10)$$

$$\times \int_x^{\overline{R}} \frac{\int_y^x \left[1+z^{-n-1}\left(1-y^{n+1}\right)\right]^{\frac{-2n}{n+1}} z^{-n} dz}{x\left\{1-(1-m_0)\left[1+x^{-n-1}\left(1-y^{n+1}\right)\right]^{n_1}\right\}^{l}} dx \Bigg) +$$

$$+ p_e\left(\overline{R}\right),$$

где $p\left(\overline{R}\right)$ – значение порового давления на $\overline{R}(t)$,

$$\overline{R} = \frac{R}{a_0},\ y = \frac{a}{a_0},\quad x = \frac{r}{a_0},\ z = \frac{\rho}{a_0},\ n_1 = \frac{1-n}{1+n},$$

$$Q_s(t) = -2\pi a h (1-m_a)\upsilon(a),$$

$$Q_f(t) = -2\pi a h m_a w(a), \qquad (2.11)$$

$$\overline{Q}_s(t) = \frac{\mu_0 m_0^l Q_s(t)}{2\pi h k_0},\quad \overline{Q}_f(t) = \frac{\mu_0 m_0^l Q_f(t)}{2\pi h k_0}.$$

Совместное решение уравнений (1.3) и (1.6) при граничном условии (1.8) будет иметь вид:

$$\sigma_{rr}^f = \left(\sigma_a^f + \frac{K}{N-1}\right)\left(\frac{r}{a}\right)^{N-1} +$$

$$+ r^{N-1}\int_a^r \rho^{1-N}\frac{\partial p}{\partial \rho}d\rho - \frac{K}{N-1}, \qquad (2.12)$$

$$\sigma_{\theta\theta}^f = N\sigma_{rr}^f + K.$$

Подставляя (2.10) в (2.12), получаем формулу для эффективного напряжения в дилатансионной зоне:

$$\sigma_{rr}^f = x^{N-1}\left\{\left(\sigma_a^f + \frac{K}{N-1}\right)y^{1-N} + \overline{Q}_f(t)\times\right.$$

$$\times \int_y^x \frac{dx}{x^N \left\{1-(1-m_0)\left[1+x^{-n-1}\left(1-y^{n+1}\right)\right]^{n_1}\right\}^{l}} -$$

$$-\overline{Q}_s(t)\left(\frac{1}{1-m_0}\times\right.$$

$$\times \int_y^x \frac{dx}{x^{N+n-1} \left\{1-(1-m_0)\left[1+x^{-n-1}\left(1-y^{n+1}\right)\right]^{n_1}\right\}^{l-1}} +$$

$$+(1-n)\times \qquad (2.13)$$

$$\left.\left.\times \int_y^x \frac{\int_y^z \left[1+z^{-n-1}\left(1-y^{n+1}\right)\right]^{\frac{-2n}{n+1}} z^{-n} dz}{x^N\left\{1-(1-m_0)\left[1+x^{-n-1}\left(1-y^{n+1}\right)\right]^{n_1}\right\}^{l}} dx \right)\right\} -$$

$$-\frac{K}{N-1}.$$

Таким образом, получены формулы для $\upsilon = \dot{a}(a/r)^n$ - (2.1), m - (2.7), p – (2.10), σ_{rr}^f и $\sigma_{\theta\theta}^f$ - (2.12), которые зависят пока от подлежащих определению параметров $a(t)$, $R(t)$, $p(R)$. Из (1.4) находится скорость фильтрации жидкости w.

Упругая зона $\left(R(t) \le r \le \infty\right)$. Подставляя (1.7) в (1.3), получаем уравнение сохранения полного импульса насыщенного жидкостью пласта в радиальном перемещении

$$\frac{1-\nu}{1-2\nu}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\left(r u_r^e\right)}{\partial r}\right) - \frac{1-\varepsilon}{2G}\frac{\partial p_e}{\partial r} = 0. \qquad (3.1)$$

Решение (3.1) будет иметь вид:

$$u_r^e = c_1 r + \frac{c_2}{r} + \frac{s}{r}\int_R^r \rho\, p_e d\rho, \qquad (3.2)$$

где c_1, c_2 – параметры интегрирования, $s = (1-2\nu)(1-\varepsilon)/2G(1-\nu)$. Из (1.7) и (3.2) определим радиальное эффективное напряжение:

$$\sigma_{rr}^{fe}=2G\left(\frac{c_1}{1-\nu}-\frac{c_2}{r^2}-\frac{s}{r^2}\times\right.$$
$$\left.\times\int_R^{R_k}\rho\, p_e d\rho-\frac{s}{r^2}\int_R^{\infty}\rho\, p_e d\rho\right)+p_e. \quad (3.3)$$

Учитывая, что $p_e=p_k=const$ при $r\in[R_k,\infty)$, из (3.3) и граничных условий (1.9), (1.10) находим:

$$c_1=\frac{1-2\nu}{2G}\left[\sigma_k^f-(1-Gs)p_k\right], \quad (3.4)$$
$$c_2=-\frac{R^2}{2G}\left[\sigma_{rr}^f(R)-p_e(R)-\sigma_k^f+(1-Gs)p_k\right].$$

Подставляя (3.4) в (3.2), (3.3) и (1.7), определяем напряженно-деформированное состояние пласта в упругой зоне

$$u_r^e=\frac{1-2\nu}{2G}\left[\sigma_k^f-(1-Gs)p_k\right]r-\frac{1}{2G}\left[\sigma_{rr}^f(R)-\right.$$
$$\left.-p_e(R)-\sigma_k^f+(1-Gs)p_k\right]\frac{R^2}{r}+\frac{s}{r}\int_R^r\rho\, p_e d\rho\ ,$$

$$\sigma_{rr}^{fe}=\sigma_k^f-(1-Gs)p_k-\left[\sigma_k^f-(1-Gs)p_k-\right.$$
$$\left.-\sigma_{rr}^f(R)+p_e(R)\right]\frac{R^2}{r^2}-\frac{2Gs}{r^2}\int_R^r\rho\, p_e d\rho+p_e\ ,$$

$$\sigma_{\theta\theta}^{fe}=\sigma_k^f-(1-Gs)p_k+\left[\sigma_k^f-(1-Gs)p_k-\right.$$
$$\left.-\sigma_{rr}^f(R)+p_e(R)\right]\frac{R^2}{r^2}+\frac{2Gs}{r^2}\times$$
$$\times\int_R^r\rho\, p_e d\rho+(1-2Gs)p_e\,, \quad (3.5)$$

$$\sigma_{zz}^{fe}=2\nu\left[\sigma_k^f+(1-Gs)\times\right.$$
$$\left.\times(p_e-p_k)\right]+(1-2\nu)\varepsilon\, p_e.$$

Эффективные напряжения (3.5) должны удовлетворять с внешней стороны упруго-пластической границы условию текучести (1.6):

$$\sigma_{rr}^f(R)=\frac{2}{N_e+1}\times$$
$$\times\left[\sigma_k^f-(1-Gs)(p_k-p_e(R))-\frac{K_e}{2}\right]. \quad (3.6)$$

Здесь N_e, K_e соответствуют значениям критического состояния (Λ=0) породы пласта на границе *R*. Отметим уместно, что условие текучести (1.6) верно в той области пласта, в которой выполняется неравенство $\sigma_{rr}^f<\sigma_{zz}^f<\sigma_{\theta\theta}^f$.

В упругой области объемная деформация и среднее напряжение определяются формулами (3.5):

$$e=\frac{\partial u_r^e}{\partial r}+\frac{u_r^e}{r}=sp_e+\frac{1-2\nu}{G}\left[\sigma_k^f-(1-Gs)p_k\right],$$

$$\sigma^{fe}=\frac{\sigma_{rr}^{fe}+\sigma_{\theta\theta}^{fe}+\sigma_{zz}^f}{3}=\frac{2(1+\nu)}{3}\times \quad (3.7)$$
$$\times\left[\sigma_k^f-(1-Gs)p_k\right]+\left[(1-m_0)\mathrm{K}s+\varepsilon\right]p_e\,.$$

При малых отклонениях параметров пласта m', p_e' и др. от своего исходного состояния m_0, p_k и др. уравнения (1.1) и (1.2) линеаризуются ($m=m_0+m', e=e_0+e',\ p_e=p_k+p_e'$ и т.д.), т. е.

$$\frac{\partial m'}{\partial t}+\beta_1\frac{\partial\sigma'^{fe}}{\partial t}-(1-m_0)\times$$
$$\times\beta_1\frac{\partial p_e'}{\partial t}-(1-m_0)\frac{\partial e'}{\partial t}=0\,, \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial m'}{\partial t}+\beta_2 m_0\frac{\partial p_e'}{\partial t}+m_0\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rw_e')=0\,. \quad (3.9)$$

Подставляя (3.7) в уравнение неразрывности твердой фазы (3.8) и проинтегрировав его, получаем

$$m' = (1-m_0)(1-\beta_1 \mathrm{K})(\beta_1 + s)p'_e. \quad (3.10)$$

Уравнение неразрывности жидкой фазы (3.9) с помощью закона Дарси

$$\frac{k_0}{\mu_0}\frac{\partial p'}{\partial r} = -m_0(w'_e - \upsilon'_e), \; \upsilon^e = \frac{\partial u'^e_r}{\partial t} \quad (3.11)$$

и соотношения (3.9) приводится к виду:

$$\frac{\partial p'_e}{\partial t} = \chi \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{k_e}{k_0} r \frac{\partial p'_e}{\partial r}\right), \quad (3.12)$$

где

$$\chi = \frac{\chi_0}{a+b}, \chi_0 = k_0(1-m_0)(1-\nu)\frac{E}{\mu_0},$$

$$a = (1-m_0)(1-\nu)[(1-m_0)(1-\beta_1 \mathrm{K})\beta_1 + m_0\beta_2],$$

$$b = (1-\varepsilon)^2(1+\nu)(1+2\nu).$$

Таким образом, после определения из уравнения (3.12) p'_e полностью определяются напряженно-деформированные состояния пласта, пористости, коэффициент проницаемости, скорости твердой и жидкой фазы. При $k_e = k_0$ уравнение (3.12) линеаризуется и его интегрирование не представляет трудности.

Интенсивность выноса твердой породы пласта $\overline{Q_s}(t)$ на стенке скважины ($r=a$) определяется условием (2.11) и формулами (2.2), (2.8):

$$y^n \frac{dy}{dt} = -\frac{\overline{Q}_s(t)k_0}{(1-m_0)m_0^l a_0^2 \mu_0}. \quad (4.1)$$

Воспользуясь формулами (2.2), (2.10), (2.12), (3.5) и решением уравнения (3.12) при граничных и начальных условиях, из (1.9) получаем:

$$2G(N_e+1)\left(\frac{a}{r}\right)^n \frac{da}{dt} = \{K_e + 2[(1-\nu)N_e - \nu]\times$$

$$\times\left[\sigma_k^f - (1-Gs)p_k\right]\}\frac{dR}{dt} + \quad (4.2)$$

$$+(N_e + 2Gs - 1)\left[p_e(R,t)\frac{dR}{dt} + R\frac{\partial p_e(R,t)}{\partial t}\right].$$

$$\overline{Q}_f(t)\int_y^{\overline{R}} \frac{dx}{x^N f^l(x,y)} - \overline{Q}_s(t)\left(\frac{1}{1-m_0}\times\right.$$

$$\left.\times\int_y^{\overline{R}} \frac{dx}{x^{N+n-1} f^{l-1}(x,y)} + (1-n)\int_y^{\overline{R}} \frac{\varphi(x,y)dx}{x^N f^l(x,y)}\right) +$$

$$+\frac{2(1-Gs)}{N_e+1}\overline{R}^{1-N}[p_k - p_e(R)] = \left[\frac{K}{N-1} + \right. \quad (4.3)$$

$$\left. + \frac{2}{N_e+1}\left(\sigma_k^f - \frac{K_e}{2}\right)\right]\overline{R}^{1-N} - \left(\sigma_a^f + \frac{K}{N-1}\right)y^{1-N},$$

где

$$f(x,y) = 1 - (1-m_0)\times$$

$$\times\left[1 + x^{-n-1}(1-y^{n+1})\right]^{n_1}, \quad (4.4)$$

$$\varphi(x,y) = \int_y^x \left[1 + z^{-n-1}(1-y^{n+1})\right]^{-\frac{2n}{n+1}} z^{-n} dz.$$

Динамика развития давления p на стенке скважины определяется формулой (2.10) при $r=a(t)$:

$$p_a = -\overline{Q}_f \int_y^{\overline{R}} \frac{dx}{xf^l(x,y)} + \overline{Q}_s\left[\frac{1}{1-m_0}\times\right. \quad (4.5)$$

$$\left.\times\int_y^{\overline{R}} \frac{dx}{x^n f^{l-1}(x,y)} + (1-n)\int_y^{\overline{R}} \frac{\varphi(x,y)dx}{xf^l(x,y)}\right] + p_e(\overline{R}).$$

Если в системе (4.1)-(4.3) заданы параметры пласта и $\overline{Q}_f$, то она замкнута относительно неизвестных $y, \overline{R}$ и $\overline{Q}_s$. Определение последних дает возможность из (4.5) вычислить p_a. Если известно p_a, то требуется решить совместно систему интегродифференциальных уравнений (4.1) – (4.5) относительно $y, \overline{R}, \overline{Q}_s$ и $\overline{Q}_f$.

Рассмотрим частный случай. Если режим работы скважины таков, что в упругом пласте на контуре питания поддерживается постоянное давление (что, например, обеспечивается при разработке месторождения с поддержанием давления), то коэффициент продуктивности скважины при длительной ее работе может быть определен из выражения (Бузинов, Умрихин, 1984):

$$p_k - p_e(r,t) = -\frac{Q_f \mu_0}{2\pi k_0 h} \ln \frac{r}{R_k}. \quad (4.6)$$

Если начальное давление в пласте постоянное, то при пуске скважины с постоянным дебитом депрессия будет изменяться по формуле:

$$p_k - p_e = -\frac{Q_f \mu_0}{2\pi k_0 h} \ln \sqrt{\frac{r^2}{2{,}25\chi t}}, \; \chi t >> r^2 \quad (4.7)$$

для малых t и по формуле

$$p_k - p_e = -\frac{Q_f \mu_0}{2\pi k_0 h} \times$$
$$\times \left(\ln \frac{r}{R_k} + 1{,}283 e^{-5{,}784 \frac{\chi t}{R_k^2}} \right) \quad (4.8)$$

для больших t.

Подставляя (4.7) и (4.8) в (4.2)-(4.5) и переходя к безразмерным величинам, получим

$$2G(N_e+1)y^n \frac{dy}{dt} = \overline{R}^n \{ [K_e + 2((1-\nu)N_e - \nu) \times$$
$$\times \sigma_k^f - 2(1+N_e)\left((1-\nu)(1-Gs) - \frac{1}{2} \right) p_k +$$
$$+ A\left(1 + \ln \frac{\overline{R}}{\sqrt{2{,}25\chi t}}\right) \Bigg] \frac{d\overline{R}}{dt} - \frac{A}{2} \cdot \frac{\overline{R}}{t} \Bigg\}, \quad (4.9)$$

$$\overline{Q}_f \left(\int_y^{\overline{R}} \frac{dx}{x^N f^l(x,y)} - B\overline{R}^{1-N} \ln \frac{\overline{R}}{\sqrt{2{,}25\chi t}} \right) -$$
$$-\overline{Q}_s \left(\frac{1}{1-m_0} \int_y^{\overline{R}} \frac{dx}{x^{N+n-1} f^{l-1}(x,y)} + (1-n) \times \right.$$
$$\left. \times \int_y^{\overline{R}} \frac{\varphi(x,y)dx}{x^N f^l(x,y)} \right) = \left[\frac{K}{N-1} + \frac{2}{N_e+1} \times \right.$$
$$\left. \times \left(\sigma_k^f - \frac{K_e}{2} \right) \right] \overline{R}^{1-N} - \left(\sigma_a^f + \frac{K}{N-1} \right) y^{1-N};$$

$$\overline{Q}_f \left(\int_y^{\overline{R}} \frac{dx}{xf^l(x,y)} - \frac{k_0}{k_e m_o^e} \ln \frac{\overline{R}}{\sqrt{2{,}25\chi t}} \right) -$$
$$-\overline{Q}_s \left[\frac{1}{1-m_0} \int_y^{\overline{R}} \frac{dx}{x^n f^{l-1}(x,y)} + \right.$$
$$\left. + (1-n) \int_y^{\overline{R}} \frac{\varphi(x,y)dx}{xf^l(x,y)} \right] = p_k - p_a,$$

при малых t и

$$2G(N_e+1)y^n \frac{dy}{dt} = \overline{R}^n \{ [K_e + 2((1-\nu)N_e - \nu) \times$$
$$\times \sigma_k^f - 2(1+N_e)\left((1-\nu)(1-Gs) - \frac{1}{2} \right) p_k +$$
$$+ A\left(1 + \ln \frac{\overline{R}}{\overline{R}_k} + 1{,}283 e^{-5{,}784 \frac{\chi t}{\overline{R}_k^2}} \right) \Bigg] \times \quad (4.10)$$

$$\times \frac{d\overline{R}}{dt} - \frac{7{,}429A}{\overline{R}_k^2} e^{-5{,}784\frac{\overline{\chi}t}{\overline{R}_k^2}} \overline{R} \Bigg\},$$

$$\overline{Q}_f \left[\int_y^{\overline{R}} \frac{dx}{x^N f^l(x,y)} - B\overline{R}^{1-N} \times \right.$$

$$\left. \times \ln\left(\frac{\overline{R}}{\overline{R}_k} + 1{,}283e^{-5{,}784\frac{\overline{\chi}t}{\overline{R}_k^2}} \right) \right] - \overline{Q}_s \left(\frac{1}{1-m_0} \times \right.$$

$$\left. \times \int_y^{\overline{R}} \frac{dx}{x^{N+n-1} f^{l-1}(x,y)} + (1-n) \int_y^{\overline{R}} \frac{\varphi(x,y)dx}{x^N f^l(x,y)} \right) =$$

$$= \left[\frac{K}{N-1} + \frac{2}{N_e+1} \left(\sigma_k^f - \frac{K_e}{2} \right) \right] \overline{R}^{1-N} -$$

$$-\left(\sigma_a^f + \frac{K}{N-1} \right) y^{1-N};$$

$$\overline{Q}_f \left[\int_y^{\overline{R}} \frac{dx}{xf^l(x,y)} - \frac{k_0}{k_e m_o^l} \times \right.$$

$$\left. \times \left(\ln \frac{\overline{R}}{\overline{R}_k} + 1{,}283e^{-5{,}784\frac{\overline{\chi}t}{\overline{R}_k^2}} \right) \right] -$$

$$-\overline{Q}_s \left[\frac{1}{1-m_0} \int_y^{\overline{R}} \frac{dx}{x^n f^{l-1}(x,y)} + \right.$$

$$\left. + (1-n) \int_y^{\overline{R}} \frac{\varphi(x,y)dx}{xf^l(x,y)} \right] = p_k - p_a,$$

при больших t, где

$$A = \frac{\overline{Q}_f k_0 (N_l + 2Gs - 1)}{k_e m_o^l},$$

$$B = \frac{2(1-Gs)k_0}{(N_l+1)k_e m_o^l}, \ \overline{\chi} = \frac{\chi}{a_0^2}.$$

Проведены численные расчеты (Самарский, Гулин, 1989) по замкнутой системе интегродифференциональных уравнений (4.1), (4.9) и (4.10), связывающей интенсивность объема выноса твердой породы $\overline{Q_s}$ с радиусами пластической зоны a и R, дебитом жидкости $\overline{Q_f}$ и перепадом давления $\Delta p = p_k - p_a$. При пуске скважины начальные размеры пластической зоны определяются из решения соответствующих статических задач.

$$k_0 = 6 \cdot 10^{-13} \, м^2, \ k_e = 2 \cdot 10^{-13} \, м^2, m_0 = 0.2,$$
$$K = -1.5 \cdot 10^5 \, Па, \ K_e = -2 \cdot 10^5 \, Па,$$
$$p_k = 1.5 \cdot 10^7 \, Па, \ \sigma_k^f = -2.5 \cdot 10^7 \, Па, l = 4,$$
$$n = 0.8; 1.5; 2, \ N = N_e = 3, \ a_0 = (0.12 - 0.15) \ м,$$
$$R_k = 200 \, м, \ \chi = 40 \, сек^{-1}, \ Gs = 0.27, \ \nu = 0.25,$$
$$E = 4{,}02 \cdot 10^9 \, Па, \ \overline{Q_f} = (100 - 1000) \, Па.$$

При n>1 существуют критические значения $\overline{Q}_{fk}$, в случае $\overline{Q}_f < \overline{Q}_{fk}$ объем выноса твердой массы в зависимости от времени, быстро уменьшаясь, асимптотически стремится к нулю (рис. 1). На рисунках 1-3 кривая 1 соответствует значениям $n = 1{,}5$, $\overline{Q}_f = 200 Па$, $2 - \overline{Q}_f = 300 \, Па$, $3 - \overline{Q}_f = 400 \, Па$. В этом случае фильтрация происходит в процессе разуплотнения породы пласта и расширения пластической зоны вокруг скважины (рис. 2, 3). Однако изначально при плотной упаковке породы пласта, когда вынос породы начинается после достижения $\overline{Q}_f$ значения $\overline{Q}_{fk}$ и n>1, соответственно определяемым величиной сцепления Υ и скоростью дилатансии Λ, происходит разрыхление породы в окрестности скважины и быстрый рост $\overline{Q}_s$. Для указанных данных при n=1,5 критическое значение $\overline{Q}_f$ равно $\overline{Q}_{fk} \sim 450 Па$. С уменьшением коэффициентов проницаемости критическое значение $\overline{Q}_{fk}$ увеличивается и при $k_0 = 3 \cdot 10^{-13} \, м^2$, $k_e = 10^{-13} \, м^2$ становится равным $\overline{Q}_{fk} \sim 1000 \, Па$.

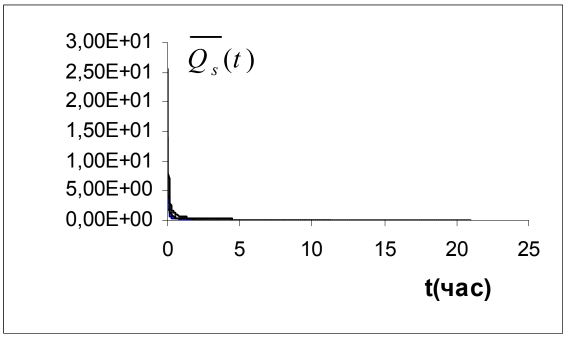

Рис. 1

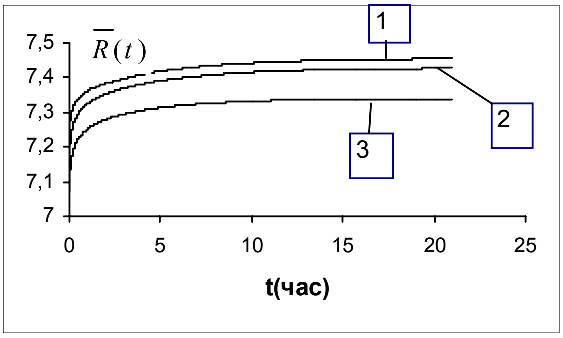

Рис. 2

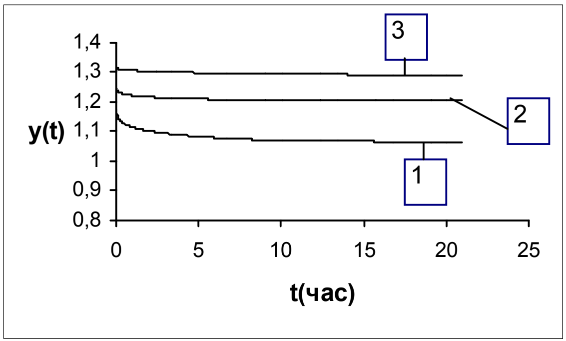

Рис. 3

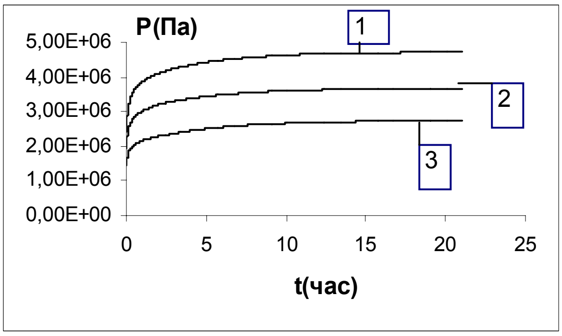

Рис. 4

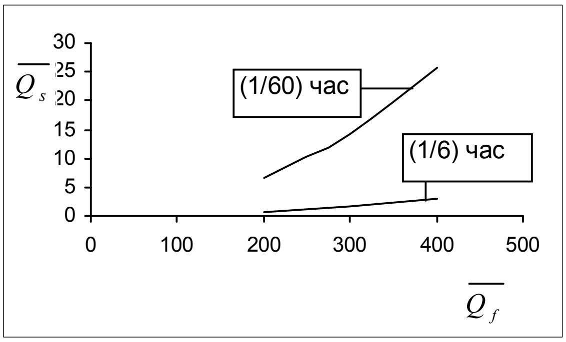

Рис. 5

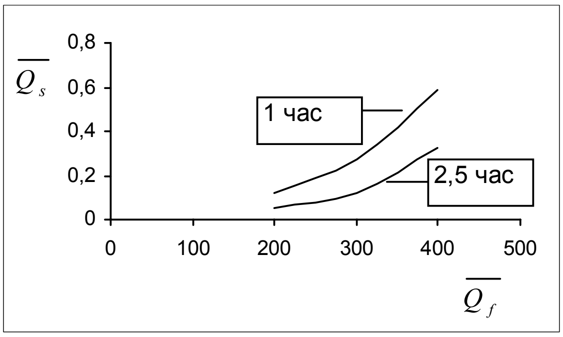

Рис. 6

Отметим, что продолжительность перепада давления, интенсивность выноса породы $\overline{Q_s}(t)$, расширение пластической зоны $a(t) \le r \le R(t)$ во времени зависят от режима работы скважины. Поскольку при заданном распределении давления в упругой зоне процесс фильтрации со временем переходит в стационарное состояние, то $\overline{Q_s}(t), \Delta p(t), a(t)$ и $R(t)$ тоже переходят в это состояние (рис. 1–рис. 4). Связь между $\overline{Q_s}$ и $\overline{Q_f}$ показана на рис. 5 и рис. 6. С ростом одного из значений n, m_0, k_0, k_e и $\overline{Q_f}$ увеличивается вынос интенсивности твердых фрагментов в работающую скважину.

В случае n<1 изначально пористость пласта велика и при фильтрации происходит уплотнение разрыхленной породы, приводящее к уменьшению пористости и коэффициента проницаемости, а также к сужению пластической зоны.

ЛИТЕРАТУРА

РАМАЗАНОВ, Т.К. 1996. Пластические зоны вокруг действующей скважины. *Изв. ВУЗ, Нефт и газ,* 3-4, 13-19.

ГРАФУТКО, С.В., НИКОЛАЕВСКИЙ, В.Н. 1998. Задача о выносе песка в работающую скважины. *Мех. жид. и газа*, 5, с 130-138.

РАМАЗАНОВ Т.К., АТАЕВ Г.Н. 2000. Расширения дилатансионно-пластических зон вокруг действующей скважины и задача о выносе песка. *Вест. Бакинского Университета, Сер. наук о физ-мат.,* 2, 145-154; 3, 163-171.

ЗОТОВ, Г.А., ДИНКОВ, А.В., ЧЕРНЫХ, В.А. 1987. Эксплуатация скважин в неустойчивых коллекторах. Недра, Москва, 171.

ГОРБУНОВ, А.Т. 1981. Разработка аномальных нефтяных месторождений. Недра, Москва, 237.

НИКОЛАЕВСКИЙ, В.Н. 1996. Геомеханика и флюидодинамика. Недра, Москва, 447.

БУЗИНОВ, С.Н., УМРИХИН, И.Д. 1984. Исследование нефтяных и газовых скважин и пластов. Недра, Москва, 269.

САМАРСКИЙ, А.А., ГУЛИН, А.В. 1989. Численные методы. Наука, Москва, 432.

Рецензент: член-корр. НАН Азербайджана Г.И.Джалалов