ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПАРАМЕТРОВ ПОЛЗУЧЕГО ГАЗОВОГО ПЛАСТА ПО ДАННЫМ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ СКВАЖИН

Т.Ш.Казымова

Институт геологии НАН Азербайджана
AZ1143, Баку, просп. Г.Джавида, 29А

Приведены формулы расчета фильтрационных и релаксационных параметров пласта для модели фильтрации идеального газа в ползучей пористой среде по данным нестационарных исследований скважин с учетом притока газа к скважине после ее остановки.

Введение

Как было отмечено в работе (Абасов и др., 2006), большинство существующих расчетных формул определения параметров пласта по данным гидродинамических исследований скважин в условиях релаксационной фильтрации предложены в предположении о мгновенном пуске, либо мгновенной остановки скважины, работающей с постоянным дебитом. Представляет важный практический интерес учет продолжающегося притока жидкости к скважине после ее остановки для моделей релаксационной фильтрации (см., например, Дунямалыев, Кулиев, 1990; Абасов и др., 2006). Ранее (Абасов и др., 2006) были получены формулы расчета параметров пласта по данным нестационарных исследований скважин с учетом притока жидкости к скважине после ее остановки для моделей фильтрации упругой жидкости в ползучем и релаксационно-сжимаемом пластах.

В данной статье приведены формулы расчета параметров пласта по данным нестационарных исследований скважин с учетом притока газа к скважине после ее остановки для модели фильтрации идеального газа в ползучем пласте.

Постановка прямой задачи

Представим, что после остановки в момент $t=0$ центральной газовой скважины радиусом R_c, дренирующей однородный и изотропный круговой пласт радиусом R_k и постоянной толщиной h, работающей до остановки с постоянным объемным дебитом Q_0 ($sign(Q_0)=-1$), ее дебит уменьшается по некоторому известному закону $Q(t)$. На внешней границе пласта удерживается начальное пластовое давление p_0. Требуется определить распределение давления по пласту при $t>0$.

Математически задача сводится к определению в области ($R_c \le r \le R_k$; $t \ge 0$) функции $P(r,t)$, удовлетворяющей уравнению (Аметов, Басниев, 1981):

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\partial P(r,t)}{\partial r}\right] = \mathrm{a}\frac{\partial P(r,t)}{\partial t} + b\frac{\partial}{\partial t}\int_0^t e^{-\frac{t-\tau}{\theta_m}}\left[P(r,\tau)-P(r,0)\right]d\tau \qquad (1)$$

$$(\mathrm{R_c} < \mathrm{r} < \mathrm{R_k}\ ,\ 0< \ \mathrm{t})$$

и условиям

$$P(r,0) = \frac{Q_0}{\pi\varepsilon}\ln\frac{r}{R_k} \qquad (2)$$

$$(R_c \le r \le R_k\ )$$

$$\frac{\partial P(R_c,t)}{\partial r} = \frac{\mathrm{Q(t)}}{\pi \mathrm{R_c}\varepsilon} \qquad (3)$$

$$(t>0),\qquad Q(0+0)=Q_0$$

$$P(R_k,t) = 0\ \left(\ t \ge 0\right). \qquad (4)$$

Здесь

$$P(r,t)=\frac{p_0^2-p^2(r,t)}{p_{атм}}; \quad a=\frac{1}{\chi_2};$$

$$b=\frac{2p_0m_1}{\chi_2}; \quad \chi_2=\frac{kp_0}{m_0\mu};$$

$\varepsilon=\dfrac{kh}{\mu}$ – коэффициент гидропроводности пласта; p, $p_{атм}$ – соответственно пластовое и атмосферное давление; θ_m - время релаксации пористости, r – радиальная координата рассматриваемой точки пласта. При этом значения Q_0 и $Q(t)$ приведены к атмосферному давлению.

Непосредственной проверкой можно убедиться в том, что решение задачи (1)-(4) представляется в виде:

$$P(r,t)=\frac{Q_0}{\pi\varepsilon}\ln\frac{r}{R_k}+ + \frac{1}{Q^*}\int_0^t \varphi(r,t-\xi)\frac{dQ(\xi)}{d\xi}d\xi \quad , \tag{5}$$

где функция $\varphi(r,t)$ является решением следующей вспомогательной задачи

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\partial\varphi(r,t)}{\partial r}\right]=a\frac{\partial\varphi(r,t)}{\partial t}+ +b\frac{\partial}{\partial t}\int_0^t e^{-\frac{t-\tau}{\theta_m}}\varphi(r,\tau)\,d\tau \tag{6}$$

$(R_c<r<R_k\ ,\ t>0)$

$$\varphi(r,0)=0 \quad (R_c\le r\le R_k) \tag{7}$$

$$\frac{\partial\varphi(R_c,t)}{\partial r}=\frac{Q^*}{\pi R_c\varepsilon} \ (t>0) \tag{8}$$

$$\varphi(R_k,t)=0\,(t\ge 0)\ , \tag{9}$$

здесь Q^*=const – некоторое характерное значение дебита скважины($Q^*\neq 0$).

При этом решение задачи (6)-(9) при $b>0$ представляется в виде :

$$\varphi(r,t)=\frac{Q^*}{\pi\varepsilon}\left\{\ln\frac{r}{R_k}-\frac{\pi}{R_c}\sum_{\nu=1}^{\infty}\varphi_\nu(t)\psi_\nu(r)\right\}, \tag{10}$$

здесь

$$\varphi_\nu(t)=\frac{b_\nu(1-\tau_p a_\nu)e^{-a_\nu t}-a_\nu(1-\tau_p b_\nu)e^{-b_\nu t}}{b_\nu-a_\nu};$$

$$\psi_\nu(r)=\frac{J_0(\lambda_\nu R_k)J_1(\lambda_\nu R_c)U_0(\lambda_\nu r)}{\lambda_\nu\left[J_1^2(\lambda_\nu R_c)-J_0^2(\lambda_\nu R_k)\right]};$$

$$a_\nu=\frac{1}{2}\left(\alpha_\nu-\sqrt{\alpha_\nu^2-4\beta_\nu}\right);\ b_\nu=\frac{1}{2}\left(\alpha_\nu+\sqrt{\alpha_\nu^2-4\beta_\nu}\right);$$

$$\alpha_\nu=\frac{1+\tau_p\chi\lambda_\nu^2}{\tau_u}; \quad \beta_\nu=\frac{\chi\lambda_\nu^2}{\tau_u};$$

$$U_0(\lambda_\nu r)\equiv Y_0(\lambda_\nu R_k)J_0(\lambda_\nu r)-J_0(\lambda_\nu R_k)Y_0(\lambda_\nu r);$$

J_0 и J_1 – функция Бесселя нулевого и первого порядка соответственно; Y_0 и Y_1 – функция Неймана нулевого и первого порядка соответственно; λ_ν – ν -й положительный корень уравнения

$$Y_0(\lambda_\nu R_k)J_1(\lambda_\nu R_c)-J_0(\lambda_\nu R_k)Y_1(\lambda_\nu R_c)=0,$$

а через τ_p , τ_u и χ приняты следующие обозначения:

$$\tau_p=\theta_m;\ \tau_u=\frac{\theta_m}{1+2\theta_m p_0 m_1};\ \chi=\frac{\tau_u\chi_2}{\tau_p}. \tag{11}$$

Так, например, при $Q(t)=Q_0e^{-ct}$, где $c>0$, имеем

$$P(r,t)=\frac{Q_0}{\pi\varepsilon}\left[e^{-ct}\ln\frac{r}{R_k}-\frac{\pi}{R_c}\sum_{\nu=1}^{\infty}p_\nu(t)\psi_\nu(r)\right] \tag{12}$$

$$p_\nu(t)=\begin{cases} p_\nu^{(1)}(t)\ , & (a_\nu\ne c;\ b_\nu\ne c)\\ p_\nu^{(2)}(t)\ , & (a_\nu=c)\\ p_\nu^{(3)}(t)\ , & (b_\nu=c)\end{cases}$$

$$p_\nu^{(1)}(t)=\frac{d_\nu\left(1-\tau_p a_\nu\right)\left(e^{-ct}-e^{-a_\nu t}\right)-e_\nu\left(1-\tau_p b_\nu\right)\left(e^{-ct}-e^{-b_\nu t}\right)}{\left(b_\nu-a_\nu\right)\left(a_\nu-c\right)\left(b_\nu-c\right)}$$

$$p_\nu^{(2)}(t)=\frac{d_\nu\left(1-\tau_p c\right)te^{-ct}-c^2\left(1-\tau_p b_\nu\right)\left(e^{-ct}-e^{-b_\nu t}\right)}{\left(b_\nu-c\right)^2}$$

$$p_\nu^{(3)}(t)=\frac{e_\nu\left(1-\tau_p c\right)te^{-ct}-c^2\left(1-\tau_p a_\nu\right)\left(e^{-ct}-e^{-a_\nu t}\right)}{\left(a_\nu-c\right)^2}$$

$$d_\nu=cb_\nu\left(b_\nu-c\right)\ ;\qquad e_\nu=ca_\nu\left(a_\nu-c\right).$$

Постановка обратной задачи

Пусть, кроме условий (2)-(4), задано еще одно условие, имеющее следующий вид:

$$p(R_c,t)=p_c(t)\quad\left(t\geq 0\right)\ , \tag{13}$$

где $p_c(t)$ – кривая восстановления давления (КВД) на забое скважины, и требуется определить значения параметров ε , $\frac{\chi}{R_k^2}$, τ_p , τ_u , $\frac{R_c}{R_k}$.

Вычислим детерминированные моменты $M_n^{(Q)}(r)$ функции $P(r,t)$, определяемые следующим образом (Химмельблау, 1973)

$$M_n^{(Q)}(r)=\int\limits_0^\infty P(r,t)t^n dt$$
$$(\mathrm{R_c}\leq \mathrm{r}\leq \mathrm{R_k}\ ;\mathrm{n}=\overline{0,\mathrm{N}})\quad , \tag{14}$$

где N – некоторое неотрицательное целое число, а $P(r,t)$ – решение прямой задачи (1)-(4).
Из (5) и (14) имеем

$$M_n^{(Q)}(r)=\frac{q_n}{\pi\varepsilon}\ln\left(\frac{r}{R_k}\right)+ \\ +\frac{n}{Q_0}\sum_{i=0}^{n-1}\left[C_{n-1}^i\, q_{n-1-i}\, M_i^{(0)}(r)\right]+M_n^{(0)}(r) \tag{15}$$

здесь $q_n=\int\limits_0^\infty Q(t)t^n dt$ ($n=\overline{0,N}$) - детерминированный момент n – го порядка функции $Q(t)$; $M_n^{(0)}(r)$ - детерминированные моменты функции $P(r,t)$, соответствующей случаю $Q(t)\equiv 0\,(t>0)$, т.е. мгновенной остановке скважины.

$$M_0^{(0)}(r)=-\frac{Q_0}{\pi\varepsilon}\frac{R_k^2}{\chi}A_1(r)$$

$$M_n^{(0)}(r)=-\frac{Q_0\cdot n!}{\pi\varepsilon}\cdot \\ \cdot\left\{(\tau_p-\tau_u)\sum_{j=0}^{n-1}\left[\varphi_j^{(n-1)}(\tau_p,\tau_u)\left(\frac{R_k^2}{\chi}\right)^{j+1}A_{j+1}(r)\right]+\right. \\ \left.+\left(\frac{R_k^2}{\chi}\right)^{n+1}A_{n+1}\left(r\right)\right\}\ (n=\overline{1,N})\ ,$$

где

$$\varphi_j^{(n)}(\tau_p,\tau_u)=\sum_{l=0}^{L}(-1)^l C_{n+1-l}^{n+1-j}C_{n-j}^l\tau_p^{n-j-l}\tau_u^l\ ; \\ L=\min(j\,;n-j).$$

Функции $A_n(r)$ определены в (Jalilov et al., 2000).

Например, ниже приводятся выражения для детерминированных моментов $M_0^{(Q)}(r)$, $M_1^{(Q)}(r)$ и $M_2^{(Q)}(r)$:

$$M_0^{(Q)}(r)=\frac{1}{\pi\varepsilon}\left[q_0\ln\left(\frac{r}{R_k}\right)-\right. \\ \left.-Q_0\frac{R_k^2}{\chi}A_1\left(r\right)\right] \tag{16}$$

$$M_1^{(Q)}(r)=\frac{1}{\pi\varepsilon}\left\{q_1\ln\left(\frac{r}{R_k}\right)-\right. \\ -Q_0\left[\left(\frac{q_0}{Q_0}+\tau_p-\tau_u\right)\frac{R_k^2}{\chi}A_1\left(r\right)+\right. \\ \left.\left.+\left(\frac{R_k^2}{\chi}\right)^2A_2\left(r\right)\right]\right\} \tag{17}$$

$$M_2^{(Q)}(r)=\frac{q_2}{\pi\varepsilon}\ln\left(\frac{r}{R_k}\right)-\frac{2Q_0}{\pi\varepsilon}\left\{\frac{q_1}{Q_0}\frac{R_k^2}{\chi}A_1(r)+\right.$$

$$+\frac{q_0}{Q_0}\left[\left(\tau_p-\tau_u\right)\frac{R_k^2}{\chi}A_1(r)+\left(\frac{R_k^2}{\chi}\right)^2A_2(r)\right]+$$

$$+\left(\tau_p-\tau_u\right)\left[\tau_p\frac{R_k^2}{\chi}A_1(r)+2\left(\frac{R_k^2}{\chi}\right)^2A_2(r)\right]+ \qquad (18)$$

$$\left.+\left(\frac{R_k^2}{\chi}\right)^3A_3(r)\right\},$$

где функции $A_0(r)$, $A_1(r)$, $A_2(r)$ и $A_3(r)$ имеют вид:

$$A_0(r)=-ln\frac{r}{R_k}$$

$$A_1(r)=\frac{1}{4}\left[1+\left(\frac{R_c}{R_k}\right)^2\psi\ln\frac{r}{R_k}\right]-$$

$$-\frac{1}{4}\left(1-\ln\frac{r}{R_k}\right)\left(\frac{r}{R_k}\right)^2$$

$$A_2(r)=\frac{1}{128}\left[5-8\left(\frac{R_c}{R_k}\right)^2\psi\right]+$$

$$\frac{1}{64}\left[8\left(\frac{R_c}{R_k}\right)^2-\left(\frac{R_c}{R_k}\right)^4\left(3+2\psi+4\psi^2\right)\right]\ln\frac{r}{R_k}-$$

$$-\frac{1}{16}\left[1-\left(\frac{R_c}{R_k}\right)^2\psi+\left(\frac{R_c}{R_k}\right)^2\psi\ln\frac{r}{R_k}\right]\left(\frac{r}{R_k}\right)^2+$$

$$+\frac{1}{128}\left(3-2\ln\frac{r}{R_k}\right)\left(\frac{r}{R_k}\right)^4$$

$$A_3(r)=\frac{23}{3456}-\frac{1}{512}\left[\left(\frac{R_c}{R_k}\right)^2\left(16+5\psi\right)-\right.$$

$$\left.-2\left(\frac{R_c}{R_k}\right)^4\left(3+2\psi+4\psi^2\right)\right]+$$

$$+\frac{1}{2304}\left(\frac{R_c}{R_k}\right)^2\left[45-36\left(\frac{R_c}{R_k}\right)^2\left(1+4\psi\right)+\right.$$

$$\left.+\left(\frac{R_c}{R_k}\right)^4\left(7+57\psi+36\psi^2+36\psi^3\right)\right]ln\frac{r}{R_k}-$$

$$-\frac{1}{512}\left\{5-8\left(\frac{R_c}{R_k}\right)^2\left(2+\psi\right)+2\left(\frac{R_c}{R_k}\right)^4\left(3+2\psi+4\psi^2\right)+\right.$$

$$\left.+\left[16\left(\frac{R_c}{R_k}\right)^2-2\left(\frac{R_c}{R_k}\right)^4\left(3+2\psi+4\psi^2\right)\right]ln\frac{r}{R_k}\right\}\left(\frac{r}{R_k}\right)^2+$$

$$+\frac{1}{512}\left[2-3\left(\frac{R_c}{R_k}\right)^2\psi+2\left(\frac{R_c}{R_k}\right)^2\psi ln\frac{r}{R_k}\right]\left(\frac{r}{R_k}\right)^4-$$

$$-\frac{1}{13824}\left(11-6ln\frac{r}{R_k}\right)\left(\frac{r}{R_k}\right)^6 ,$$

здесь было принято обозначение $\psi=1-2\,ln\left(\frac{R_c}{R_k}\right)$.

Результаты тестовых расчетов

Показано, что полученные соотношения (15) позволяют при известном $p_c(t)$ и $Q(t)$ определять значения параметров ε, $\frac{\chi}{R_k^2}$, τ_u, τ_p и $\frac{R_c}{R_k}$ с учетом продолжающегося притока газа к скважине после ее остановки. При этом, очевидно, предполагается, что функция $Q(t)(t>0)$ такова, что ее детерминированные моменты q_n нужного порядка существуют.

Ниже, для простоты, приводятся результаты расчетов по определению значений параметров $\frac{R_k^2}{\chi}$, τ_p и τ_u при известных ε и $\frac{R_c}{R_k}$.

Из (16)-(18) с учетом (2) имеем:

$$\frac{R_k^2}{\chi}=-\frac{\pi\varepsilon}{Q_0}\cdot\frac{M_0^{(Q)}(R_c)-\frac{q_0}{Q_0}P_c(0)}{A_1(R_c)} \qquad (19)$$

$$\Delta\tau=\tau_p-\tau_u=-\frac{q_0}{Q_0}-$$

$$-\frac{\pi\varepsilon}{Q_0}\frac{M_1^{(Q)}(R_c)-\frac{q_1}{Q_0}P_c(0)}{\frac{R_k^2}{\chi}A_1(R_c)}- \qquad (20)$$

$$-\frac{R_k^2}{\chi}\frac{A_2(R_c)}{A_1(R_c)}$$

$$\tau_p=-\frac{q_0}{Q_0}\left[1+\frac{R_k^2}{\chi}\frac{A_2(R_c)}{A_1(R_c)\Delta\tau}\right]-\frac{q_1}{Q_0\Delta\tau}-$$

$$-\frac{\frac{\pi\varepsilon}{2Q_0}\left[M_2^{(Q)}(R_c)-\frac{q_2}{Q_0}P_c(0)\right]}{\frac{R_k^2}{\chi}A_1(R_c)\Delta\tau}-$$

$$-2\frac{R_k^2}{\chi}\frac{A_2(R_c)}{A_1(R_c)}-\left(\frac{R_k^2}{\chi}\right)^2\frac{A_3(R_c)}{A_1(R_c)\Delta\tau}, \qquad (21)$$

где $P_c(0)=\frac{p_0^2-p_c^2(0)}{p_{атм}}$.

Расчеты были проведены с использованием КВД, построенных по формуле точного решения (12) прямой задачи, соответствующей случаю $Q(t)=Q_0e^{-ct}$.

В таблице приведены рассчитанные по формулам (19) - (21) значения параметров $\frac{R_k^2}{\chi}$, τ_p и τ_u и их относительные по точным значениям отклонения для различных значений T.

Результаты расчетов, приведенных в таблице, соответствуют КВД, рассчитанной при следующих исходных данных:

$$c=5.79\cdot10^{-3};\ p_0=3\cdot10^7\ Па;$$

$$R_c=0.1\,м;\ R_k=1000\,м;$$

$$\theta_m=2{,}3\cdot10^5\ \ сек;$$

$$m_1=3.4\cdot10^{-14}\ \frac{1}{Па\cdot сек};$$

$$\chi_2=0.3\frac{м^2}{сек};\ \ \varepsilon=2\cdot10^{-8}\frac{м^3}{Па\cdot сек}.$$

При этом начальное пластовое давление p_0 и детерминированные моменты $M_n^{(Q)}(R_c)$ и q_n $(n=0,1,2)$ ввиду ограниченности продолжительности остановки скважины T вычислялись как

$$p_0\cong p_c(T)\ ;\ M_n^{(Q)}(R_c)\cong\int_0^T P_c(t)\,t^n dt\ ;$$
$$q_n\cong\int_0^T Q(t)\,t^n dt\ \ (n=0,1,2) \qquad (22)$$

Для вышеприведенных исходных данных интегралы (22) вычислялись квадратурной формулой Симпсона на равномерной сетке с шагом Δt=60 сек.

$\frac{T}{\theta_m}$	$\left(\frac{R_k^2}{\chi}\right)_{расч}$	Откл %	$(\tau_p)_{расч}$	Откл %	$(\tau_u)_{расч}$	Откл %
6	16283018.8	13.7	81190	64.7	8000.8	80.2
10	18267924.5	3.18	198260	13.8	30952.5	23.4
14	18462264.1	2.15	207460	9.8	37135	8.1
18	18632075.4	1.25	212750	7.5	38670.5	4.3

И в этом случае результаты расчетов показали, что при достаточной продолжительности остановки скважины (выход КВД на стационар) и высокой точности численного интегрирования (22) достигается высокая точность определения значений параметров $\frac{R_k^2}{\chi}$, τ_p и τ_u.

ЛИТЕРАТУРА

АБАСОВ, М.Т., КЕРИМОВ, З.А., МИРЗОЕВА, Д.Р., КАЗЫМОВА, Т.Ш. 2006. Об определении параметров ползучего и релаксационно-сжимаемого пластов по данным гидродинамических исследований скважин. *Известия АН Азербайджана, серия науки о Земле*, 1, 59-64.

АМЕТОВ, И.М., БАСНИЕВ, К.С. 1981. Фильтрация жидкости и газа в ползучих средах. *Изв. АН СССР, сер. Механика жидкости и газа*, 4, 150-153.

ДУНЯМАЛЫЕВ, М.А., КУЛИЕВ, А.М. 1990. Методическое руководство по определению фильтрационных и реологических свойств пласта по данным восстановления забойного давления скважин, Баку, 63 с.

ХИММЕЛЬБЛАУ, Д. 1973. Анализ процессов статистическими методами. Москва, Мир, 958.

JALILOV, G.N., KERIMOV, Z.A., MIRZOYEVA, D.R. 2000. Direct and inverse problems of relaxation filtration. *Transactions of Academy of Sciences of Azerbaijan, Mathematics and Mechanics*, XX, 1, 196-202.